

METODE DAN ALGORITMA FAKTORISASI QR UNTUK MENCARI NILAI *EIGEN* SUATU MATRIKS

Oleh
Zainul Hurmain
NIM. 013114011

ABSTRAK

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mendeskripsikan metode dan algoritma faktorisasi **QR** yang akan digunakan untuk mencari semua nilai *eigen* dari suatu matriks nyata **A**. Metode ini akan memfaktorkan matriks nyata **A** ke dalam hasil kali **QR** dengan **Q** adalah matriks ortogonal dan **R** adalah matriks segitiga atas. Matriks nyata **A** direduksi menjadi matriks Hessenberg atas dengan menggunakan transformasi Householder, sehingga diperoleh suatu matriks \mathbf{A}_k yang sudah memiliki bentuk Hessenberg atas dan serupa dengan **A**.

Jika \mathbf{A}_k sudah memiliki bentuk Hessenberg atas, maka faktorisasi **QR** dapat dibentuk dengan melakukan $n-1$ kali transformasi Given

$$\mathbf{G}_{n-1} \cdots \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_1 \mathbf{A}_k = \mathbf{R}_k$$

dengan menetapkan

$$\mathbf{Q}_k^T = \mathbf{G}_{n-1} \cdots \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_1$$

maka diperoleh

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{Q}_k \mathbf{R}_k$$

dan

$$\mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{Q}_k^T \mathbf{A}_k \mathbf{Q}_k = \mathbf{R}_k \mathbf{Q}_k$$

matriks \mathbf{Q}_k tidak ditentukan secara eksplisit, tapi diperoleh dengan mengikuti jalur $n-1$ transformasi Given.

Algoritma **QR** adalah pemfaktoran matriks $\mathbf{A}_k = \mathbf{Q}_k \mathbf{R}_k$ dan pendefinisian $\mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{R}_k \mathbf{Q}_k$, untuk $k = 1, 2, \dots$. Iterasi dari algoritma **QR** akan konvergen ke bentuk matriks blok diagonal segitiga atas, dan nilai *eigen* dari blok-blok diagonal ini akan menjadi nilai *eigen* dari matriks nyata **A**.